CONTROLE APROXIMADO E HIERÁRQUICO PARA SISTEMAS DISPERSIVOS E PARA O FLUIDO DE OLDROYD

Ítalo Augusto Oliveira de Albuquerque (bolsista do PIBIC/CNPq), Marcondes Rodrigues Clark (Orientador, Depto de Matemática - UFPI)

Introdução

Apresentaremos as atividades desenvolvidas no projeto de iniciação científica no departamento de matemática/CCN/UFPI no período de Agosto de 2011 à Julho de 2012. Nesta apresentação enfatizaremos alguns dos principais resultados de Teoria das EDP's-EDO's e Teoria do Controle estudados.

Metodologia

Na execução do projeto foram executadas as metodologias a seguir:

- Leitura criteriosa de textos da bibliografia, com consulta ao seu orientador;
- Resolução de listas de exercícios para a fixação dos conceitos e compreensão dos resultados estudados;
- Exposições semanais dos assuntos estudados ao orientador e nos seminários internos do departamento;

Resultados e Discussão

Enunciaremos dois teoremas importantes na Teoria do Controle para o seguinte sistema linear de primeira ordem:

$$X'(t) = AX(t) + Bu(t), t \in (0,T);$$
$$X(0) = X^0.$$

Onde A é uma matriz $n \times n$ e B uma matriz nxm e X^0 um vetor do R^n. A função $X : [0,T] \longrightarrow R^n$ é o estado do sistema e $u : [0,T] \longrightarrow R^m$ é o controle.

Teorema 1 (Critério de Controlabilidade de Kalman): O sistema linear de primeira ordem acima é exatamente controlável no tempo $T > 0$ se, e só se, $post[B, AB, \cdots, A^{n-1}B] = n$.

Teorema 2: Se A é uma matriz auto-adjunta e o par (A, B) for controlável, então o controle feedback $L = -B^*$ estabiliza o sistema, isto é, a solução de

$$\begin{aligned} &X'(t) = AX(t) - BB^*u(t), t \in (0,T); \\ &X(0) = X^0. \end{aligned}$$

Tem decaimento exponencial.

Com esses dois resultados, estudamos a estabilidade do oscilador harmônico com amortecimento:

$$mx'' + Rx = -kx',$$

onde m,R,k são constantes positivas. Isso significa que a força aplicada no oscilador é proporcional a velocidade do ponto de massa que está atuando no oscilador. Assim, observe que a equação característica tem raízes com parte real negativa, pois:

$$mr^2 + R + kr = 0 \Leftrightarrow r = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - 4mr}}{2m}$$

Vamos provar a estabilidade do sistema utilizando o Teorema 2. Para isso, escrevemos

$X = \begin{pmatrix} x \\ \sqrt{\frac{m}{R}}x' \end{pmatrix}$. Logo a equação $mx'' + kx = 0$ corresponde ao sistema $X' = AX$, onde $A = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{\frac{R}{m}} \\ -\sqrt{\frac{R}{m}} & 0 \end{pmatrix}$. Note que A é antissimétrica e se escolhermos$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{k} \end{pmatrix}$ obtemos $BB^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}$, e o sistema:

$$X' = AX - BB^*X$$

é equivalente a (*). Agora note que o par (A, B) é controlável pelo Teorema 1, pois $[B, AB] = 2$. Segue do Teorema 2 que a solução de (*) tem decaimento exponencial.

Conclusão

Foram estudados e executados todos os tópicos do projeto no tempo previsto. Ou seja, viu-se os resultados clássicos das EDO's, EDP's e uma boa introdução da Teoria do Controle(Nulo, Exato e Aproximado).

Apoio

Esse projeto foi financiado com Apoio do CNPQ e da disponibilidade e paciência do meu orientador Prof. Dr. Marcondes Rodrigues Clark.

Referências Bibliográficas

[1] Sorin Micu and Enrique Zuazua - A introduction to the controllability of Partial Diferential Equations.

[2] Hoffman, K; Kunze, R - Algebra Linear, Prentice all. 1971.

[3] Dennis G. Zill; Michael R. Cullen - Equações Diferenciais, 1972.

[4] J. L. Lions, Controlabilitè Exacte,Perturbations Et Stabilisation de Systèmes Distribués, Vol. 1 and 2, Masson, RMA, Paris, 1988.

[5] A. O. Marinho, M. R. Clark and S. B. Menezes - Finite - Approximate Controllability for Semilinear Heart Equations with Globality Lipschitz Nonlinearities and Memory Term. Submetted.

Palavras Chave: Controle Aproximado, Controle Hierárquico, Solução Fraca, Ponto Fixo de Schauder, Continuação Única.